ALJABAR BOOLEAN

ALJABAR BOOLEAN

- Adalah *Aljabar Logika*.
- Sifat biner proposisi/dalil logis (true or false) menunjukkan *mempunyai aplikasi dalam komputasi.*

PROPOSISI DAN PREDIKAT

Proposisi : pernyataan yang *mungkin* bisa true atau false.
Contoh :

- "p" kependekan dari proposisi "You are reading this book" (TRUE)
- "q" kependekan dari proposisi 3 + 4 (FALSE)
- Pernyataan eklamasi bukan termasuk proporsi : contoh : "Who are you ?"

Negasi (sangkalan) :
Negasi dari proposisi "p" adalah proposisi yang false bila p true atau true jika p false.
Contoh :
"p" adalah proposisi : "You are reading this book"
"~p" adalah negasi : " You are not reading this book"

Tabel kebenaran :
Menunjukkan *nila-nilai yang mungkin* untuk p dan ~p, juga berfungsi sebagai *definisi ~p menurut p.*

P	~P
T	F
F	T

atau

P	~P
1	0
0	1

Predikat :
Seperti proposisi dapat true atau false, namun predikat berisi variabel yang bila *belum dispesifikasi; tidak mungkin dilakukan penentuan nilai* true atau false.
Contoh :
X > 5 adalah predikat.
Nilai X perlu diketahui sebelum menentukan apakah true atau false.
Bila X = 8 maka predikat menjadi proporsi 8 > 5, proporsi ini adalah true.
Kondisi dalam seleksi dan repetisi dalam bahasa pemrograman adalah contoh predikat

OPERASI BOOLEAN

Operasi AND

P(x) AND Q(y) adalah operasi logika dimana:

- P(x) dan Q(y) adalah operand
- AND adalah operator

Tabel operasi AND

p	q	p∧q
0	**0**	**0**
0	**1**	**0**
1	0	0
1	1	1

Inclusive OR dan Exclusive OR

- Inclusive OR : berarti yang satu atau yang satunya atau keduanya
- Exclusice OR : berarti yang satu atau yang satunya, tapi tidak keduanya

Inclusive OR

p	q	p∨q
0	**0**	**0**
0	**1**	**1**
1	**0**	**1**
1	**1**	**1**

Exclusive OR

p	q	p⊕q
0	**0**	**0**
0	**1**	**1**
1	**0**	**1**
1	**1**	**0**

Operasi Ekuivalen (Pencocokan)

Simbol yang digunakan ≡ atau **<=>**

p	q	p≡q
0	**0**	**1**
0	**1**	**0**
1	0	0
1	1	1

Ekuivalensi

Dua operasi akan ekuivalen jika mempunyai *tabel kebenaran yang sama*

Digunakan tanda = bila operasi ekuivalennya true.

Contoh :

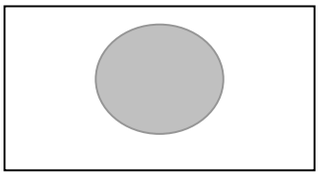
$\overline{p \vee q}$ **<=>** $\overline{p} \wedge \overline{q}$

p	q	~p	~q	~p ∧ ~q	p ∨ q	~(p ∨ q)
0	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**
0	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**
1	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**
1	**1**	**0**	**0**	**0**	**1**	**0**

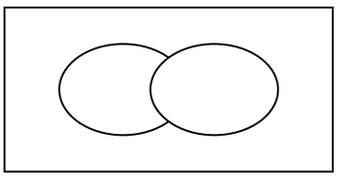
Diagram Venn

Adalah diagram yang areanya merepresentasikan Operasi atau Proposisi

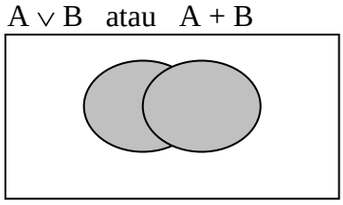
Area A



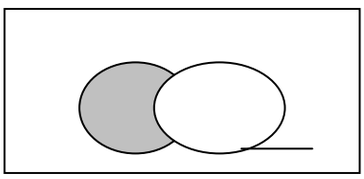
$A \wedge B$ atau $A \cdot B$



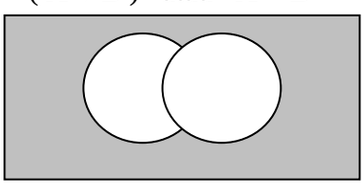
$A \vee B$ atau $A + B$



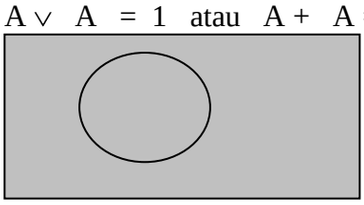
$A \wedge \overline{B}$ atau $A \cdot \overline{B}$



$\sim (A \vee B)$ atau $A + B$



$A \vee \overline{A} = 1$ atau $A + \overline{A} = 1$



PENYEDERHANAAN PERNYATAAN

PENYEDERHANAAN ALJABARIK

Idempotent

$A + A = A$ $\qquad$ $A \cdot A = A$

Associative

$(A + B) + C = A + (B + C)$ $\qquad$ $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$

Commutative

$A + B = B + A$ $\qquad$ $A \cdot B = B \cdot A$

Distributive

$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$ $\qquad$ $A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$

Identity

$A + 0 = A$ $\qquad$ $A + 1 = 1$

$A \cdot 0 = 0$ $\qquad$ $A \cdot 1 = A$

Complement

$A + \bar{A} = 1$ $\qquad$ $\overline{(\bar{A})} = A$

$A \cdot \bar{A} = 0$ $\qquad$ $\bar{1} = 0$

DeMorgan's

$\overline{(A + B)} = \bar{A} \cdot \bar{B}$ $\qquad$ $\overline{(A \cdot B)} = \bar{A} + \bar{B}$

Duality

interchange AND and OR operators, as well as all Universal, and Null sets. The resulting equation is equivalent to the original.

DUALITAS

Konsep dualitas adalah dengan *mengambil relasi benar* dan *mengubah*:

- semua satu ke nol
- semua nol ke satu
- semua AND ke OR
- semua OR ke AND

maka akan diperoleh **dual relasi**.

Relasi	Dual
A . 0 = 0	**A + 1 = 1**
A . A = A	**A + A = A**
A . $\overline{A}$ = 0	**A + $\overline{A}$ = 1**
A . 1 = A	**A + 0 = A**
A . (A + B) = A	**A + (A . B) = A**
A . $\overline{(A}$ + B) = A . B	**A + $\overline{A}$. B = A+B**

ATURAN DeMORGAN

Untuk menerapkan aturan DeMorgan pada pernyataaan sederhana *lakukan* :

1. ubah AND ke OR dan OR ke AND
2. negasi semua variabel
3. negasi pernyataan yang telah terbentuk

Contoh :

Terapkan aturan diatas pada satu sisi untuk memperoleh *sisi satunya*

A + B = A. B

A . B = A + B

A + B + C = A.B.C

A.B.C.D = A + B + C + D

Hukum KOMUTATIF

Contoh :

A + B = B + A

A.(B.C) = (A.B).C = A.B.C

A+(B+C) = (A+B)+C

Hukum DISTRIBUTIF

Contoh :

A. (B+C) = A.B + A.C

(A+B) (A+C) = A.A + A.C + A.B + B.C = A + B.C

Contoh:

1. **A + B(A+B) + A(A+B)**

   Pemecahan :

   A + A.B + B.B + A (A + B)

   A + B.B + A (A + B)

   A + B + A (A + B)

   A + B + A.A + A.B

   A + A + B + A.B

   A + B + A.B

   A + A.B + B

   A + B

2. **A + (B.C) + C.B**

   Pemecahan :

   A . (B .C) . C.B

   A . B . C . (C.B)

   A . B . C . (C+B)

   A . B . C . (C+B)

   A . B . C .C + A . B . C . B

   A . B . C + A . B . B . C

   A . B . C + A . B . C

   ABC

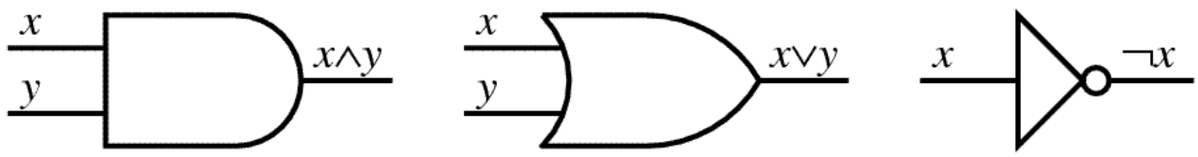


Figure 3. Logic gates

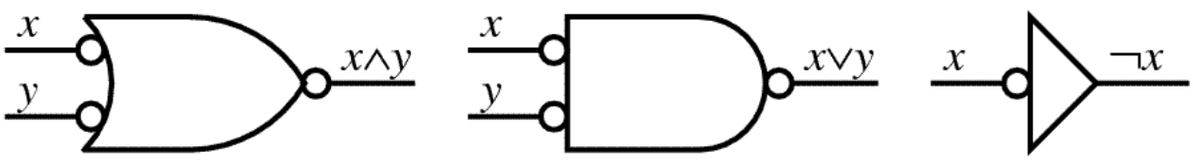
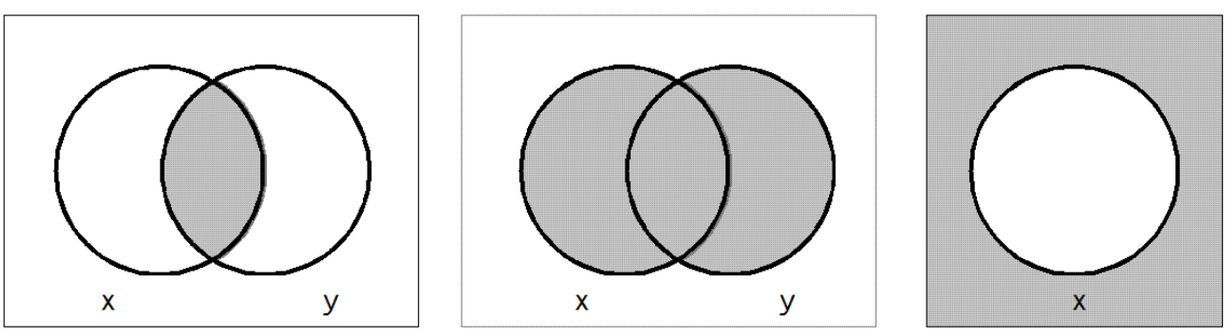


Figure 4. De Morgan equivalents



x^y x∨y ¬x